

Aplicación de la frontera eficiente de Markowitz en la optimización de portafolios de inversiones

Application of the efficient Markowitz frontier in the optimization of investment portfolios

URL: <https://revistas.uta.edu.ec/erevista/index.php/bcoyu/article/view/2084/version/2738>

Pablo Molina-Panchi¹; Diego Molina-Panchi²; Carlos Flores-Tapia³

Fecha de recepción: 20 de febrero de 2023

Fecha de aceptación: 28 de junio de 2023

Resumen

El artículo tiene como objetivo aplicar la frontera eficiente de Markowitz en la optimización de portafolios a un caso de estudio empresarial para la selección óptima de la cartera de inversión con la máxima rentabilidad y el mínimo riesgo. A partir de la teoría del portafolio de Markowitz y con el uso de técnicas estadísticas como Kolmogórov-Smirnov, correlación de Pearson y modelos matemáticos ARIMA de metodología Jenkins-Box se procesan y analizan los rendimientos esperados de los activos financieros de dos empresas que cotizan en el mercado de valores ecuatoriano y forman parte del indicador bursátil Ecuindex y el caso de una empresa que cotiza en el mercado de valores de Brasil. El enfoque del estudio es cuantitativo y tiene un alcance explicativo-correlacional, puesto que se pretende explicar el posible comportamiento de la esperanza matemática y el grado de relación de sus variables, así como evaluar el ciclo histórico de los años 2017 al 2021 y establecer predicciones de dichos comportamientos. Los principales resultados muestran que, por una parte, la diversificación funciona con el riesgo no sistemático porque los activos financieros no poseen una correlación perfecta y, por otra, el cálculo de la frontera eficiente y modelo de valoración de activos de capital permite seleccionar la mejor opción de rentabilidad-riesgo, contribuyendo a la toma de decisiones.

Palabras clave: Portafolio de inversiones, riesgo, rendimiento, diversificación, frontera eficiente.

Abstract

The article aims to apply the efficient Markowitz frontier in portfolio optimization to a business case study for the optimal selection of the investment portfolio with maximum return and minimum risk. From Markowitz's portfolio theory and with the use of statistical techniques such as Kolmogorov-Smirnov, Pearson correlation and ARIMA mathematical models of the Jenkins-Box methodology, the expected returns of the financial assets of two companies listed on the Ecuadorian stock market and are part of the Ecuindex stock market indicator and the case of a company listed on the Brazilian stock market. The focus of the study is quantitative and has an explanatory-correlational scope, since it is intended to explain the possible behavior of the mathematical expectation and the degree of relationship of its variables, as well as to evaluate the historical cycle from the years 2017 to 2021 and establish predictions of such behaviors. The main results show that, on the one hand, diversification works with non-systematic risk because financial assets do not have a perfect correlation and, on the other, the calculation of the efficient frontier and capital asset valuation model allows selecting the best return-risk option, contributing to decision-making.

Keywords: Investment portfolio, risk, return, diversification, efficient frontier.



Esta publicación se encuentra bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento - NoComercial 4.0 Internacional.

¹ Investigador independiente. Latacunga – Ecuador. E-mail: paalmopa92@hotmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1708-8446>

² Investigador independiente. Latacunga - Ecuador. E-mail: diegofabian1@hotmail.es. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5803-1876>

³ Pontificia Universidad Católica del Ecuador. Escuela de Administración de Empresas. Ambato-Ecuador. E-mail: cflores@pucesa.edu.ec. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1892-6309>

Introducción

Los mercados son eficientes cuando su estructura de competencia tiene un equilibrio, esto facilita que los vendedores - compradores puedan acceder a la información en tiempo real mediante las bases de datos de los organismos de control y aplicaciones de comercio electrónico. A su vez, los inversionistas toman decisiones complejas sobre la administración de su capital orientadas a la obtención de beneficios para maximizar su riqueza. En este sentido, es imprescindible determinar el tipo de estrategia financiera que genere un mayor rendimiento y un mínimo riesgo (Bernard, Ortiz, & Duarte, 2015). De allí que los analistas financieros utilizan diversas herramientas tales como modelos de riesgos, modelos de valoración, modelos econométricos y teorías de portafolios, entre otros, con el propósito de evaluar las opciones de inversión y efectuar pronósticos que ayuden encontrar la respuesta idónea a cómo, cuánto y dónde invertir (Ramírez & García, 2016).

Ahora bien, en el Ecuador, el mercado de valores muestra un crecimiento significativo en las operaciones de capitalización bursátil durante los años 2019-2020, con un incremento del 23% (Bolsa de valores de Quito, 2022). Desde esta perspectiva se muestra atractivo para la Inversión Extranjera Directa – IED- y no para capitales especulativos o capitales golondrinas que afectan a la estructura económica del país, siendo que en este mercado se negocian títulos valores de renta fija y renta variable. Además, en la última década, en el país predomina la compra y venta de títulos valores de renta fija tales como certificados de tesorería, certificados de inversión, pólizas de acumulación, letras de cambio, bonos del Estado, titularizaciones, títulos del Banco Central - TBC, entre otros (Bolsa de valores de Quito, 2022).

Señalado lo anterior, la presente investigación tiene como objetivo aplicar la frontera eficiente de Markowitz en la optimización de portafolios a un caso de estudio empresarial para la selección óptima de la cartera de inversión con la máxima rentabilidad y el mínimo riesgo, aplicando el modelo desarrollado por Harry Markowitz, el cual se fundamenta en el estudio de las variables cuantitativas de intervalo y razón, esto es, esperanza matemática, desviación estándar, varianza y la covarianza de los activos financieros (Bejarano, García, & Lozano, 2013). Es así que, a partir de la teoría del portafolio de Markowitz se desarrolla el modelo de valoración de activos de capital – Camp, para calcular la rentabilidad exigida por el inversionista en cada empresa objeto de estudio (Gómez, 2013), apoyándose con técnicas estadísticas como Kolmogórov-Smirnov, correlación de Pearson y modelos matemáticos ARIMA de metodología Jenkins-Box (Anderson et al., 2016; Flores & Flores, 2021) se procesan y analizan los rendimientos esperados de los activos financieros de dos empresas que cotizan en el mercado de valores ecuatoriano y forman parte del indicador bursátil Ecuindex y el caso de una empresa brasileña que cotiza en el mercado de valores de Brasil.

En la línea de lo señalado anteriormente, los objetivos específicos del estudio son: 1. Examinar la literatura de la

teoría del portafolio desarrollada por Markowitz para la toma de decisiones económicas-financieras; 2. Comparar los rendimientos y riesgos esperados de las carteras de inversión promedio de los activos financieros acorde a los precios históricos de las acciones durante los años 2017 y 2021; 3. Analizar las alternativas de inversión a través del modelo de valoración de activos de capital y la metodología matemática Box-Jenkins ARIMA, en función de las preferencias de riesgo y rentabilidad. Estableciéndose la pregunta de investigación en los siguientes términos: ¿De qué depende la optimización de portafolios de inversiones en las empresas objeto de estudio, utilizando el modelo de frontera eficiente de Markowitz?.

Las empresas seleccionadas para el caso de estudio son la Corporación Favorita S.A., Cervecería Nacional S.A., y la empresa brasileña Atacadão. La primera, según su Clasificación Industrial Internacional Uniforme - CIU, de comercio al por mayor y menor G4711,01 se dedica a la venta de varios productos, entre los que predominan alimentos, juguetería y artículos de ferretería (Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros, 2022). La segunda, con el CIU, de industrias manufactureras C1103,01 tiene como giro de negocio elaboración de bebidas malteadas y la tercera se dedica a la venta de productos alimenticios, limpieza e higiene personal y papelería (Atacadão, 2022).

Así mismo, la hipótesis que se pretende probar con esta investigación es: la optimización de portafolios de inversiones depende del rendimiento esperado y del riesgo de los activos financieros de las empresas objeto de estudio.

Por otro lado, la teoría del portafolio de Harry Markowitz analiza las probabilidades de inversión de un portafolio o cartera, la cual se orienta en la búsqueda de la mejor opción financiera en donde el inversionista obtenga un mayor retorno sobre su capital y un menor riesgo, tomando en cuenta que mientras más bajo sea el riesgo menor va a ser la tasa de rendimiento (González & Zavaleta, 2020).

Cabe destacar que la cartera de inversión está conformada por dos o más activos financieros, que denotan propiedad del inversionista. Los componentes más comunes dentro del portafolio son las acciones que se forman a partir del patrimonio, los bonos que se materializan a través de la deuda o pasivos y la titularización mediante los activos (Grajales & Pérez, 2010).

Markowitz menciona que para diseñar un portafolio es necesario comprender el significado de rendimiento esperado y el riesgo (Vásquez, Dextre, Mejía, & Calapuja, 2017). El primero, hace referencia a la rentabilidad o esperanza matemática de un activo financiero, es decir, la capacidad para crear beneficios económicos-financieros y, el segundo, se lo puede definir como la posibilidad de pérdida del activo financiero (Ecuación 1).

$$E(r_p)^n = \sum_{i=1}^n Z_i(r_i) \quad (1)$$

Además, la frontera eficiente es el conjunto de portafolios que poseen una varianza dada para un nivel de rendimiento esperado, es decir, para encontrar un portafolio óptimo es necesario obtener el rendimiento máximo con una varianza mínima. En otras palabras, el inversionista puede encontrar los rendimientos más altos y que éstos se encuentren con un menor riesgo, por cuanto hay una correlación entre las variables: rendimiento esperado y el nivel de riesgo (Lasa, 2005).

La frontera eficiente se construye a partir de la intersección de dos puntos en el plano cartesiano, la cual se encuentra conformada por dos cuadrantes; la primera variable la constituye los rendimientos esperados ubicados en el cuadrante “y” o eje de las ordenadas, mientras que la segunda variable mediada por el riesgo o desviación estándar se la ubica en el cuadrante “x” o eje de las abscisas, la unión de las dos coordenadas de riesgo (x) y otra de rentabilidad (y) forman un punto en el espacio. El punto óptimo de la cartera es aquel más cercano a la línea de mercado de valores, considerando que éste proporciona un menor riesgo y una mayor rentabilidad (Ortiz, Chirinos, & Hurtado, 2010). Para el cálculo de la varianza de la cartera con dos activos financieros se aplica la Ecuación 2.

$$\text{Varianza de la cartera} = \text{Var } A * \%A^2 + 2 * \%A * B\% * \text{Cov} + \text{Var } B * B^2 \quad (2)$$

Otras medidas de riesgo, como el valor el riesgo – VAR, son muy utilizadas en la actualidad por su facilidad y desempeño en el cálculo del riesgo financiero, constituyéndose una medida eficaz en la medición de la probabilidad de pérdida (Alayón, 2016).

Por su parte, los rendimientos esperados son los beneficios que el inversionista gana al invertir su dinero y pueden verse afectados por ciertas características internas como el nivel de ventas, costos, gastos, resultados del ejercicio, grado de endeudamiento, liquidez inmediata y rotación de activos, entre otros; asimismo, por fuerzas externas tales como los aspectos políticos, culturales, normativos y económicos, principalmente (Ross, Westerfield, & Jordan, 2015).

Ahora bien, para obtener el valor de los rendimientos esperados (R_i), de cada activo financiero se utiliza la fórmula del análisis financiero horizontal y se determina la variación porcentual de un período a otro (Medina, 2003). El mismo procedimiento se utiliza para conseguir el valor del rendimiento del mercado (R_m) del índice bursátil Ecuindex. Para el cálculo del rendimiento global del portafolio se utiliza la Ecuación 3.

$$\text{Rendimiento del portafolio} = \frac{R_A + R_B}{2} \quad (3)$$

La otra cara de la moneda en una inversión es el riesgo cuyo factor representa la posibilidad de que el inversionista pierda su capital y no reciba lo esperado, siendo que las inversiones con mayor desviación estándar o riesgo (σ), generan mayor rentabilidad (Gordon, Sharpe, & Bailey 2003). El riesgo es definido como la probabilidad de pérdida de un activo financiero y se categoriza en dos tipos, el

primero, el riesgo sistemático -no controlable y no se lo puede eliminar mediante el uso de la diversificación, el segundo, riesgo no sistemático -controlable mediante la diversificación (Molina, 2019). Para el análisis del riesgo portafolio se aplica la Ecuación 4.

$$\text{Riesgo del portafolio} = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2} \quad (4)$$

Cabe señalar que, en la presente investigación para determinar qué empresa aporta con puntos extras de rentabilidad y volatilidad, se utiliza la ratio de retribución del riesgo de cartera, que toma en cuenta las variables de rendimientos esperados (E_{RA}), la tasa de interés libre de riesgo (r_f) y la desviación estándar o riesgo -σ- (Matarrita, 2002). A continuación, se muestra la Ecuación 5.

$$S_A = \frac{E_{(RA)} - r_f}{\sigma_A} \quad (5)$$

Para el cálculo de la volatilidad de los activos financieros se utiliza la Ecuación 6.

$$S_A = \frac{\sigma_A}{\text{Precio promedio } \bar{x}} \quad (6)$$

A partir de esta teoría, surge el modelo de valoración de activos de capital – Camp, por sus siglas en inglés *Capital Asset Pricing Model*, basado en los supuestos de media varianza de Markowitz. Este modelo de valoración de activos es estático o de un solo período, no obstante, el mismo requiere que tenga un equilibrio en el mercado para su validez. En otras palabras, el modelo toma en cuenta los activos líquidos e incluso intangibles (Wong & Chirinos, 2016).

A continuación, se destacan los fundamentos teóricos que dan origen al modelo Camp, particularmente, las principales operaciones matemáticas y sus variables: Tasa libre de riesgo (R_f), Beta del activo libre de riesgo (B_i), Beta del mercado (B_m), Rentabilidad del mercado (R_m) y Rentabilidad del Activo (R_A y R_C) (Wong & Chirinos, 2016). La Ecuación 7 se evidencia los elementos asociados a los comportamientos de riesgo y rendimiento del activo financiero A.

$$\frac{R_A - R_f}{B_A - \beta_f} = \frac{R_A - R_f}{B_A - \beta_f^0} \quad (7)$$

Donde, la variable de beta del activo libre de riesgo (β_i) es igual a 0, tomada de los bonos del tesoro americano a 5 años conocidos como T- Bills, y son libres de riesgos porque es improbable que esta economía no pueda cumplir con sus obligaciones o caer en default.

En la Ecuación 8 se muestra el cálculo de los rendimientos del activo financiero C y la tasa de interés libre de riesgo.

$$\frac{R_C - R_f}{R_C} \quad (8)$$

En la Ecuación 9 mostrada a continuación, se considera que el Beta del mercado (B_m) es igual 1.

$$\frac{R_m - R_f}{\beta_m} = \frac{R_A - R_f}{B_A} \Rightarrow \frac{R_m - R_f}{\beta_m} = \frac{R_A - R_f}{B_A} \quad (9)$$

A partir de las ecuaciones anteriores se obtiene la Ecuación 10 para calcular el modelo de valoración de activo de capital - Camp.

$$R_A = R_f + (R_m - R_f) B_A ; Camp = R_f + \beta(R_m - R_f) \quad (10)$$

Donde:

K_j = Rentabilidad de un instrumento financiero o proyecto cualquiera.

R_f = Tasa de retorno para una inversión gubernamental libre de riesgo y a corto plazo.

β_j = Beta. Sensibilidad de los rendimientos del proyecto, a la rentabilidad del mercado en su conjunto. Este es un índice que se aplica a la cartera de mercado

K_m = Tasa de retorno esperada sobre la cartera del mercado y se representa por un índice

Siguiendo a Ramón, Rosario, & Valenciano (2016), el modelo Camp toma en consideración la covarianza de los beneficios de la inversión con relación a los beneficios existentes. Sobre la base de esta premisa los administrados buscan eliminar el riesgo controlable a diversificar, quedando el riesgo no diversificable o sistemático simbolizado por beta $-\beta$.

En este sentido, el coeficiente beta mide el riesgo no sistemático del activo financiero y el mismo no puede ser eliminado mediante la diversificación de la inversión (Vásquez, Dextre, Mejía, & Calapuja, 2017). Para el cálculo de beta $-\beta$ - se utiliza el método de la varianza por cada activo financiero (Ecuación 11).

$$\beta_i = \frac{cov(R_i, R_m)}{var(R_m)} \quad (11)$$

Donde:

Beta = 1 Se comporta igual que el mercado (R_m).

Beta > 1 Superior al promedio del mercado; poseen mayor riesgo sistemático.

Beta < 1 Inferior al promedio del mercado; poseen menor riesgo sistemático.

El modelo Camp determina la tasa de rendimiento sobre las inversiones en los activos financieros dentro de las cuales se encuentra: el activo libre de riesgo (R_f), cuyo título se define por la variabilidad de sus rendimientos de las economías del primer mundo. La rentabilidad de una cartera va a depender del rendimiento esperado del activo financiero (Ayala & Becerril, 2016).

Siguiendo a Botello & Guerrero (2021), para la elaboración del modelo Camp se tienen en consideración los siguientes criterios:

- Los inversionistas son seres racionales adversos al riesgo.

- Siempre está presente el riesgo sistemático o riesgo de mercado.
- No existe una asimetría en la información del mercado (R_m).
- Existe una tasa de interés libre de riesgo (R_f).
- Hay una prima de riesgo (Rendimiento del mercado menos la tasa libre de riesgo).

Por su parte, otro de los modelos aplicados en la presente investigación, el Modelo Autorregresivo Integrado de Promedio Móvil - ARIMA-, es una modelación de series tiempo y fue desarrollado por los investigadores George Box y Gwilym Jenkins, en la década de los setenta (Sánchez, Cabanas, Abad, & Torres, 2014). Este modelo toma en cuenta el análisis estadístico de un conjunto de observaciones que se encuentran conformadas por características tales como la tendencia y variaciones estacionales de largo plazo, eliminando las tendencias de las series de tiempo y quedando como resultado los términos residuales que se explican en términos de probabilidad, como los Modelos Auto Regresivos - AR, de Promedio Móvil - MA, o combinación de éstos - ARMA, ARIMA- (Seijas, 2001). Los modelos integrados ARIMA utilizan la Ecuación 12 para el cálculo estocástico estacional ARIMA (p,d,q). Siendo (p) un proceso autorregresivo de un componente estacional utilizado en los modelos de predicción AR, el elemento (d) representa la diferenciación de orden estacionario y el componente (q) que muestra la predicción de modelos MA, de la función de autocorrelación diferentes de cero (Fernández, 2022).

$$W1 = \mu + \frac{\theta(B)\theta_s(\beta)}{\Phi(\beta)\Phi_s(\beta)} Et \quad (12)$$

Donde, "la variable Et es un proceso de ruido blanco (media cero y varianza constante), $W1 = \nabla^D \nabla^s X1_{con} \nabla \cdot X1 = X1 - X1_{-D}$ y $\Theta_s(\cdot), \Phi_s(\cdot), \phi(\cdot), 0(\cdot)$ son polinomios en B, siendo B el operador retardo unitario (el subíndice s en los polinomios $\Theta_s(\cdot)$ y $\Phi(\cdot)_s$ advierte que éstos son los términos que reflejan el efecto estacional" (Seijas, 2002, p. 3).

En este sentido, los modelos ARIMA sirven para representar, analizar y pronosticar una serie de comportamientos, que se aplican a series estacionarias; es decir, a series de tiempo con media y varianza constantes (Anderson et al., 2016). El diseño y ajuste del modelo ARIMA toma tres etapas sucesivas, a saber, identificación, estimación y revisión diagnóstica (Sánchez, Barreras, Pérez, Figueroa, & Olivas, 2013).

Metodología

Este artículo de investigación tiene un enfoque cuantitativo, por cuanto utiliza pruebas estadísticas de normalidad de Kolmogórov-Smirnov, correlación de Pearson y el Modelo Autorregresivo Integrado de Promedio Móvil - ARIMA- aplicadas a las variables de rendimiento esperado y riesgo de cada activo financiero, con la finalidad de establecer un portafolio óptimo (Monroy & Nava, 2018).

La investigación tiene un alcance explicativo-correlacional puesto que permite conocer las posibles causas del comportamiento esperado entre el riesgo o desviación estándar (σ) y los rendimientos esperados y, a la vez, determinar el tipo de correlación existente entre las variables objeto de estudio, con el propósito de probar la teoría del portafolio de Markowitz y como resultado final encontrar la combinación óptima de cartera en donde se logre una mayor rentabilidad y un mínimo riesgo (García, 2016). Por su diseño, este estudio es no experimental porque se ejecuta el estudio en condiciones normales y desde luego no existe manipulación de las variables (Ferreira & De longi, 2014).

Por otro lado, se utilizan algunos métodos teóricos del conocimiento como el método deductivo que permite conocer y extraer conclusiones lógicas sobre la composición de las carteras y sobre el comportamiento esperado de los rendimientos y el riesgo (Baena, 2017). De la misma manera, se utiliza el método histórico para evaluar la experiencia pasada de 5 años históricos comprendidos entre los años 2017 al 2021, de los rendimientos de los activos financieros y del rendimiento del mercado del índice bursátil Ecuindex (Ortiz, 2015), siendo este estudio de tipo longitudinal puesto que se analiza al fenómeno de estudio desde varias perspectivas de tiempo. Asimismo, se aplica el método lógico, ya que se pretende probar la teoría del portafolio de Markowitz mediante la diversificación del riesgo no sistemático, a partir de una serie de procesos lógicos (Sánchez, Gonzáles, & Esmeral 2020).

Los datos de los precios de las acciones de la Corporación Favorita S.A., y Cervecería Nacional S.A., se toman de la Bolsa de Valores de Guayaquil –BVG-, mientras que el precio de las acciones de la empresa brasileña Atacadão, se encuentran en el portal bursátil Market Screener. Los datos obtenidos se utilizan para calcular el rendimiento

esperado y el riesgo de cada período. La información cuantitativa se procesa mediante Microsoft Excel y se analiza con los programas estadísticos SPSS 25 y Eviews 12. A continuación, se presentan los principales resultados y conclusiones.

Resultados

En esta investigación se conforman dos carteras de inversión, en el primer portafolio está compuesto por dos empresas nacionales ecuatorianas que son : Corporación Favorita S.A., y Cervecería Nacional S.A., las cuales cotizan sus acciones dentro de las bolsas de valores del Ecuador y además están inmersas dentro del cálculo del indicador bursátil Ecuindex mientras que el segundo portafolio, está conformado por la empresa ecuatoriana Corporación Favorita S.A., y la firma brasileña Atacadão, con el propósito de contrastar resultados entre los portafolios (Gitman & Joehnk, 2009). Así mismo, se han obtenido los precios históricos de las acciones durante los años 2017 y 2021, de las empresas antes mencionadas.

La cartera actual del portafolio I (2022), está compuesta por el 70% de inversión en acciones de la Corporación Favorita S.A., y el 30% en acciones en la empresa Cervecería Nacional S.A., el portafolio II (2022), está conformado por el 40% de acciones de la sociedad la Corporación Favorita S.A. y el 60% restante en acciones de la compañía Atacadão. Así mismo, los porcentajes de ponderación de los portafolios de inversión toman en consideración el criterio de los investigadores como línea base con el objetivo de encontrar la mejor opción de inversión de rentabilidad y riesgo. A continuación, en la Tabla 1 se muestran los precios históricos promedio, rendimientos esperados promedio (R_i) y rendimientos de mercado promedio (R_m) de las empresas objeto de estudio.

Tabla 1. Precios de las acciones, rendimientos esperados y rendimiento del mercado de Ecuindex

Años	Portafolio I				Portafolio II				Ecuindex	
	Corporación Favorita S.A.		Cervecería Nacional S.A.		Corporación Favorita S.A.		Atacadão		Promedio Anual	Rendimiento del Mercado promedio - R_m
	Precios Promedio (\$)	Rendimiento Esperado Promedio - (R_i)	Precios Promedio (\$)	Rendimiento Esperado Promedio - (R_i)	Precios Promedio (\$)	Rendimiento Esperado Promedio - (R_i)	Precios Promedio (\$)	Rendimiento Esperado Promedio - (R_i)		
2017	1,87	1,01%	82,72	0,02	1,87	1,01%	21,16	-3,80%	1.164,61	1,31%
2018	2,30	1,79%	90,63	0,00	2,30	1,79%	15,38	1,58%	1.331,01	1,01%
2019	2,50	-0,02%	88,74	-0,00	2,50	-0,02%	20,73	2,52%	1.365,98	-0,17%
2020	2,36	-0,30%	90,45	-0,01	2,36	-0,30%	20,55	-1,43%	1.376,16	0,11%
2021	2,31	-0,47%	76,27	-0,03	2,31	-0,47%	19,35	-1,47%	1.291,73	-1,34%

Fuente: Elaboración propia a partir de la Bolsa de valores de Guayaquil, Bolsa de valores de Quito, Market Screener (2022).

En la Tabla 2 se muestra los rendimientos esperados o esperanza matemática de los precios de las acciones de cada empresa objeto de estudio y el valor del riesgo o desviación estándar de los rendimientos esperados que está representado por la letra sigma σ .

Tabla 2. Rendimiento esperado y riesgo no sistemático de los activos financieros

Carteras	Nombres de las empresas	Rendimiento esperado (R_i)	Riesgo (σ)
Portafolio I	1. Corporación Favorita S.A.	0,40%	5,38%
	2. Cervecería Nacional S.A.	-0,27%	3,62%
Portafolio II	1. Corporación Favorita S.A.	0,40%	5,38%
	2. Atacadão	-0,52%	8,67%

Fuente: Elaboración propia a partir de la Bolsa de valores de Guayaquil, Bolsa de valores de Quito, Market Screener (2022).

Se puede evidenciar que la Corporación Favorita S.A., es la empresa cuyo rendimiento esperado es el más alto del portafolio, esto se debe a que los precios de los dividendos pagados son bastantes bajos y su tasa de crecimiento es significativa, si bien cuando el precio del dividendo es alto el crecimiento disminuye. Por lo general, las empresas con una alta rentabilidad no son capaces de sostener dichos beneficios (Gitman & Joehnk, 2009), las acciones con tasas de dividendos altos suelen ser más atractivas, no obstante, depende de su potencial de crecimiento la decisión de invertir o no en estas. Si una empresa que paga un alto porcentaje de sus utilidades como dividendo, puede tener un atractivo rendimiento en el corto plazo, pero es más riesgosa a largo plazo. Hay que tomar en cuenta que las

compañías que no reinvierten sus utilidades pueden limitar su crecimiento en el largo plazo (Álvarez, 2016).

En la Tabla 3 se muestran los cálculos del riesgo sistemático representados por los betas β - financieros de cada empresa analizada utilizando el método de la varianza.

Tabla 3. Betas (β) de las empresas (riesgo sistemático)

Carteras	Nombres de las empresas	Covarianza (Rm, Ri)	Varianza Ecuindex (Rm)	Beta (β)
Portafolio I	1. Corporación Favorita S.A.	0,0003037	0,0004417	0,6875152
	2. Cervecería Nacional S.A.	0,0002189	0,0004417	0,4955939
Portafolio II	1. Corporación Favorita S.A.	0,0003037	0,0004417	0,6875152
	2. Atacadão	-0,0002960	0,0004417	-0,6700651

Fuente: Elaboración propia a partir de la Bolsa de valores de Guayaquil, Bolsa de valores de Quito, Market Screener (2022).

Los betas β - del primer portafolio en las empresas la Corporación Favorita S.A. y Cervecería Nacional S.A., muestran que están por debajo del promedio de mercado, es decir, los activos financieros no son agresivos puesto que una variación en el mercado no afecta significativamente a los rendimientos de estos (Novales, 2017), además poseen un menor riesgo sistemático. Por otra parte, se observa en el segundo portafolio que la beta β - de la empresa brasileña Atacadão, no depende del mercado y tiene una relación inversa en el mercado.

Para el cálculo de la volatilidad de los activos financieros de las empresas objeto de estudio se toma en cuenta la relación entre el riesgo σ - y el precio promedio de las acciones, en donde, los resultados de este indicador muestran que la Corporación Favorita S.A., tiene una volatilidad alta de 2,37%, mientras que la empresa Cervecería Nacional S.A., tiene un indicador poco volátil de 0,04% y la firma brasileña Atacadão tiene una volatilidad moderada de 0,44%. Este indicador mide las fluctuaciones de los precios de los activos financieros mientras mayor sea el activo es más volátil (Yahoo! Finanzas, 2022).

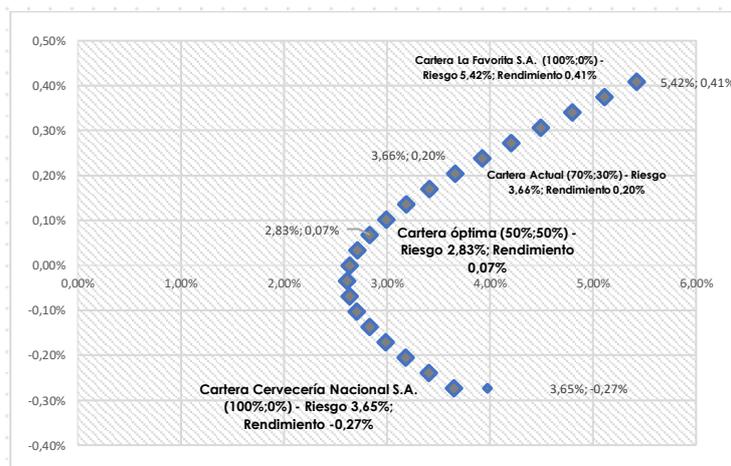
Los flujos de efectivo de la Corporación Favorita S.A. y sus necesidades de inversión pueden ser bastante volátiles, por lo que la empresa no puede establecer un dividendo muy elevado. Por otro lado, la empresa Cervecería Nacional S.A. y la firma Atacadão no muestran un valor porcentual de volatilidad elevado. La frontera eficiente permite que los inversionistas diversifiquen sus riesgos y maximicen su rentabilidad, mediante el uso de una gráfica entre la esperanza matemática y la desviación estándar. Los resultados del modelo de Markowitz aplicado en el portafolio I de inversión se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. Probabilidad de inversión del portafolio I (empresas nacionales)

Corporación Favorita	Cervecería Nacional S.A.	Rendimiento esperado	Varianza cartera	Riesgo cartera	Observación
0%	100%	-0,27%	0,00133064	3,65%	Cartera Cervecería Nacional S.A.
5%	95%	-0,24%	0,00115770	3,40%	
10%	90%	-0,20%	0,00101145	3,18%	Cartera óptima
15%	85%	-0,17%	0,00089187	2,99%	
20%	80%	-0,14%	0,00079898	2,83%	
25%	75%	-0,10%	0,00073276	2,71%	
30%	70%	-0,07%	0,00069323	2,63%	
35%	65%	-0,03%	0,00068037	2,61%	
40%	60%	0,00%	0,00069419	2,63%	
45%	55%	0,03%	0,00073470	2,71%	
50%	50%	0,07%	0,00080188	2,83%	
55%	45%	0,10%	0,00089574	2,99%	
60%	40%	0,14%	0,00101628	3,19%	Cartera actual
70%	30%	0,20%	0,00133740	3,66%	
75%	25%	0,24%	0,00153798	3,92%	
80%	20%	0,27%	0,00176524	4,20%	
85%	15%	0,31%	0,00201918	4,49%	Cartera la Favorita S.A.
90%	10%	0,34%	0,00229979	4,80%	
95%	5%	0,37%	0,00260709	5,11%	
100%	0%	0,41%	0,00294107	5,42%	

Fuente: Elaboración propia a partir de la Bolsa de valores de Guayaquil, Bolsa de valores de Quito, Market Screener (2022).

Una vez calculados los datos de probabilidad de ocurrencia de la inversión se procede a graficar los rendimientos esperados (R_i) y el riesgo (σ), en donde, mediante la Figura 1, se puede evidenciar el punto más cercano a la línea del mercado de valores, llamado punto óptimo.



Fuente: Elaboración propia a partir de la Bolsa de valores de Guayaquil, Bolsa de valores de Quito, Market Screener (2022).

Figura 1. Frontera eficiente portafolio I.

En la cartera actual de inversión (2022), se invierte el 70% del capital en acciones de la Corporación Favorita S.A. y se invierte el 30% restante en la empresa Cervecería Nacional S.A., teniendo como rendimiento 0,20% y un riesgo del 3,66%. Al invertir el 100% en la empresa Cervecería Nacional para la emisión de acciones se tiene como resultado un rendimiento negativo de -0,27% y un riesgo del 3,65%, lo cual no es recomendable por lo que no se diversifica el riesgo. Asimismo, si se invierte el 100% del capital en la Corporación Favorita S.A, se tendría como resultado un rendimiento 0,41% y un riesgo del 5,42%.

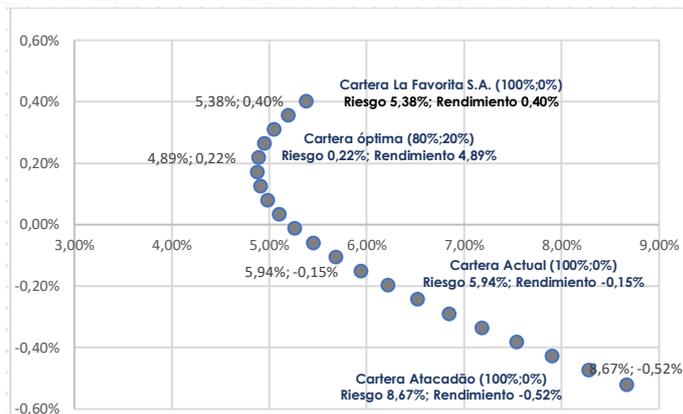
Mediante el uso de la frontera eficiente se encuentra la estructura óptima del portafolio con mayor rentabilidad y mínimo riesgo, siendo la cartera óptima de inversión el 50% de acciones de la Corporación Favorita S.A. y el 50% restante en la empresa Cervecería Nacional S.A. Se obtiene un rendimiento esperado de 0,07% y un riesgo de 2,83%, observándose un equilibrio de inversión en las dos empresas. En la Tabla 5 se exponen los resultados del portafolio II.

Tabla 5. Probabilidad de inversión del portafolio I (empresas nacional vs. brasileña)

Corporación Favorita S.A.	Atacadão S.A.	Rendimiento esperado	Varianza cartera	Riesgo cartera	Observación
0%	100%	-0,52%	0,00751082	8,67%	Cartera Atacadão S.A.
5%	95%	-0,47%	0,00685711	8,28%	
10%	90%	-0,43%	0,00624790	7,90%	
15%	85%	-0,38%	0,00568320	7,54%	
20%	80%	-0,34%	0,00516300	7,19%	
25%	75%	-0,29%	0,00468730	6,85%	
30%	70%	-0,24%	0,00425611	6,52%	
35%	65%	-0,20%	0,00386942	6,22%	
40%	60%	-0,15%	0,00352724	5,94%	Cartera actual
45%	55%	-0,11%	0,00322956	5,68%	
50%	50%	-0,06%	0,00297638	5,46%	
55%	45%	-0,01%	0,00276771	5,26%	
60%	40%	0,03%	0,00260354	5,10%	
65%	35%	0,08%	0,00248387	4,98%	
70%	30%	0,13%	0,00240871	4,91%	
75%	25%	0,17%	0,00237805	4,88%	
80%	20%	0,22%	0,0023919	4,89%	Cartera óptima
85%	15%	0,26%	0,00245025	4,95%	
90%	10%	0,31%	0,0025531	5,05%	
95%	5%	0,36%	0,00270046	5,20%	
100%	0%	0,40%	0,00289232	5,38%	Cartera la Favorita S.A.

Fuente: Elaboración propia a partir de la Bolsa de valores de Guayaquil, Bolsa de valores de Quito, Market Screener (2022).

Como resultado de la tabla anterior se exponen la Figura 2, que muestran las principales probabilidades de inversión, rentabilidad esperada (R_i) y riesgo (σ) de cada portafolio.



Fuente: Elaboración propia a partir de la Bolsa de valores de Guayaquil, Bolsa de valores de Quito, Market Screener (2022).

Figura 2. Frontera eficiente portafolio II.

En la cartera actual (año 2022) del Portafolio II, se invierte el 40% del capital en acciones de la Corporación Favorita S.A., y se invierte el 60% restante en la empresa brasileña Atacadão S.A., en la emisión de acciones teniendo como rendimiento negativo de (-0,15%) y un riesgo del 5,94%. Al invertir el 100% de la Corporación Favorita S.A., para la emisión de acciones, se tiene como resultado un rendimiento 0,40% y un riesgo del 5,38%. Así mismo, si se invierte el 100% del capital en la empresa Atacadão S.A. se tendría como resultado un rendimiento negativo de (-0,52%) y un riesgo del 8,67%.

La cartera óptima de inversión está compuesta por el 80% de acciones de la Corporación Favorita S.A., y el 20% restante en Atacadão S.A., obteniéndose un rendimiento esperado de 0,22% y un riesgo de 4,89%. Se observa mayor ponderación en la Corporación Favorita S.A., cuyo riesgo es de 5,38% menor al riesgo de la empresa brasileña situado en 8,67%, comprobándose que el riesgo no sistemático o riesgo diversificable puede ser eliminado mediante la diversificación. A continuación, en la Tabla 6, se muestran las variables que se utilizan en cálculo del modelo de valoración de activos de capital – Camp (Molina Pablo, Morán, Molina, & Caiza, 2023).

Tabla 6. Modelo de valoración de activos de capital (Camp)

Variables	Portafolio I		Portafolio II	
	Corporación Favorita S.A.	Cervecería Nacional S.A.	Corporación Favorita S.A.	Atacadão S.A.
Tasa de interés libre de riesgo (R_f)	1,25%	1,25%	1,25%	1,25%
Beta (β)	0,69	0,50	0,69	0,75
Rendimiento del Mercado (R_m)	32,38%	21,42%	32,38%	22,62%
Camp	22,65%	11,25%	22,65%	17,28%

Fuente: Elaboración propia a partir de las bases de datos de Damodaran, Bolsa de valores de Guayaquil, Bolsa de valores de Quito, Market Screener (2022).

Este modelo -Camp- mide el equilibrio de los rendimientos esperados (R_i) y el riesgo (σ) de un activo financiero, sirve para establecer la rentabilidad exigida por el inversionista (K_e), que forman parte de una cartera de inversión. El valor del modelo de valoración de activos de capital – Camp- para la Corporación Favorita S.A. es de 22,65%, mientras que para la empresa Cervecería Nacional S.A. es de 11,25% y

en el caso de la empresa Atacadão es de 17,28%. Estos valores representan la rentabilidad mínima esperada por el inversionista y es usado para el cálculo del costo promedio ponderado de capital. En la Tabla 7 se muestran los resultados del análisis de la prueba de normalidad Kolmogórov-Smirnov.

Tabla 7. Prueba de normalidad Kolmogórov-Smirnov

	Portafolio I		Portafolio II		Ecuindex	
	Corporación Favorita S.A.	Cervecería Nacional S.A.	Atacadão S.A.	Corporación Favorita S.A.		
N	60	60	60	60	60	
Parámetros normales ^{a,b}	Media	,00402	-,00267	,00402	,00402	,001850
	Desviación estándar	,05423	,03647	,05423	,05423	,021194
Máximas diferencias extremas	Absoluta	,111	,211	,111	,111	,119
	Positivo	,095	,211	,095	,095	,119
	Negativo	-,111	-,148	-,111	-,111	-,060
Estadístico de prueba	,111	,211	,107	,111	,119	
Sig. asintótica (bilateral)	,063 ^c	,000 ^c	,086 ^c	,063 ^c	,034 ^c	

- a. La distribución de prueba es normal.
- b. Se calcula a partir de datos.
- c. Corrección de significación de Lilliefors.

Fuente: Elaboración propia a partir de la Bolsa de valores de Guayaquil, Bolsa de valores de Quito, Market Screener (2022).

Para la prueba de normalidad estadística Kolmogórov-Smirnov se considera que un valor superior a la probabilidad ($p > 0,05$) tiene una distribución normal (Molina et al., 2022). En el portafolio I se observa que la Corporación Favorita S.A. tiene probabilidad normal, mientras los datos de la empresa Cervecería Nacional S.A. no tienden a la normalidad. En el caso del portafolio II se observa una distribución normal en el portafolio de las dos empresas objeto de estudio; a su vez, el rendimiento del mercado (R_m) del indicador bursátil Ecuindex no tiende a la normalidad. Además, el coeficiente de asimetría es de 0,24 muestra que no hay asimetría en el rendimiento del mercado, por cuanto para que tenga tendencia a una distribución normal el valor debe situarse entre 1 y -1.

En la Tabla 8 se muestran los resultados de las correlaciones de los rendimientos esperados (R_i) y del rendimiento del mercado (R_m). La prueba estadística de correlación de Pearson mide el grado de relación de las variables rendimientos esperados y el rendimiento del mercado de Ecuindex. Si el valor es inferior a cero la correlación es negativa en las variables y su relación es inversa, mientras que si el valor es positivo existe una relación directa entre las variables. Asimismo, si el valor es más cercano a 1 las variables tienen un mayor grado de asociación o relación y cuando la correlación es perfecta el coeficiente de correlación de Pearson es 1. En este caso, se demuestra que la diversificación de los activos financieros funciona porque es improbable que las variables tengan una correlación perfecta -valor 1-.

Tabla 8. Correlación de Pearson

		Corporación Favorita S.A.	Cervecería Nacional S.A.	Atacadão S.A.	Ecuindex
Corporación Favorita S.A.	Correlación de Pearson	1	-,269 [*]	,161	,269 [*]
	Sig. (bilateral)		,038	,219	,038
	N	60	60	60	60
Cervecería Nacional S.A.	Correlación de Pearson	-,269 [*]	1	,038	,288 [*]
	Sig. (bilateral)	,038		,775	,026
	N	60	60	60	60

Atacadão S.A.	Correlación de Pearson	,161	,038	1	-,162
	Sig. (bilateral)	,219	,775		,215
	N	60	60	60	60
Ecuindex	Correlación de Pearson	,269 [*]	,288 [*]	-,162	1
	Sig. (bilateral)	,038	,026	,215	
	N	60	60	60	60

Nota: (*) La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

Fuente: Elaboración propia a partir de la Bolsa de valores de Guayaquil, Bolsa de valores de Quito, Market Screener (2022).

En este artículo se utiliza la ratio de retribución del riesgo de cartera, cuyos resultados suponen, que la cartera de la Corporación Favorita S.A. proporciona a los portafolios I y II puntos básicos extra de rentabilidad esperada de 26,19% y 4,66%, respectivamente por cada aumento de punto porcentual en su desviación típica o estándar (García, González, Oliver, & Rueda, 2019). Se determina que, el riesgo global del portafolio I de los dos activos financieros de Corporación Favorita S.A., y Cervecería Nacional S.A., es de 4,50%, con un rendimiento del portafolio de 0,07%, por otra parte, el portafolio II tiene un riesgo de portafolio de las empresas La Corporación Favorita S.A. y Atacadão S.A. de 7,02% y un rendimiento de -0,06%. Cuanto mayor es el riesgo en una inversión, mayor tiene que ser su rentabilidad para que sea atractiva a los inversionistas.

El Modelo Autorregresivo Integrado de Promedio Móvil – ARIMA- utiliza la metodología Box-Jenkins -BJ- (Marroquín & Chalita, 2011). Este método se centra en el observación de las características estocásticas de un conjunto de datos (Gujarati & Porter, 2010) y es utilizado con el propósito de estimar los posibles rendimientos esperados de los activos financieros de las empresas a futuro (Tabla 9).

Tabla 9. Pronóstico de los rendimientos esperados con ARIMA (2022-2026)

Año	Portafolio I		Portafolio II	
	Promedio de Corporación Favorita S.A.	Promedio de Cervecería Nacional S.A.	Promedio de Corporación Favorita S.A.	Promedio de Atacadão
Método	ARIMA (2,3;0,1)	ARIMA (2,1;2,0)	ARIMA (2,3;0,1)	ARIMA (4,3;1,1)
2022	2,28	45,03	2,28	17,78
2023	2,29	50,10	2,29	20,53
2024	2,31	71,60	2,31	19,00
2025	2,29	83,65	2,29	19,23
2026	2,29	78,37	2,29	19,44

Fuente: Elaboración propia a partir de la Bolsa de valores de Guayaquil, Bolsa de valores de Quito, Market Screener (2022).

Para el pronóstico de los rendimientos esperados de las acciones de la Corporación Favorita S.A., se utiliza el modelo de serie de tiempo ARIMA (2,3;0,1), seleccionado como el mejor método entre 225 iteraciones en el programa estadístico Eviews, arrojando un coeficiente de determinación 0,82 (Correlación positiva) y para un nivel de significancia $p \leq 0,05$ es estadísticamente significativo. Para el caso de la empresa Cervecería Nacional S.A. se utiliza el modelo ARIMA (2,1;2,0), obteniéndose un coeficiente de determinación 0,98 y una relación estadísticamente significativa. Para la empresa Atacadão se utiliza el modelo ARIMA (4,3;1,1) con un coeficiente de determinación 0,76 y es estadísticamente significativo. Lo anterior significa que,

las proyecciones del modelo -ARIMA- son válidas y confiables, por lo tanto es improbable que los datos hayan sido escogidos al azar. Se espera que, el portafolio I tenga un rendimiento esperado negativo de -0,37% y un riesgo positivo de 3,94%; por otra parte, el portafolio II muestra un rendimiento positivo de 0,07% y riesgo positivo de 2,04%.

Conclusiones

En la investigación se verifica que, mediante la aplicación de la frontera eficiente -teoría formulada por Markowitz- en las empresas objeto de estudio, la optimización de portafolios de inversiones depende del rendimiento esperado y del riesgo de los activos financieros de las empresas objeto de estudio, razón por la cual la conformación de una cartera depende del apetito al riesgo del inversionista y de cuanto espera ganar; comprobándose la hipótesis inicial planteada y alcanzándose a lo largo de los diversos apartados el objetivo declarado para este estudio. De igual manera, este estudio de selección de portafolios se apoya en la teoría de investigación de operaciones, cuyo objetivo es maximizar los beneficios y minimizar los riesgos. El nivel directivo - financiero puede utilizar una simulación de escenarios dinámica con el modelo -ARIMA- sobre sus expectativas de inversión de un determinado activo financiero. Las variables consideradas por el modelo de selección de portafolio y pronóstico son rendimiento y el riesgo. Por otra parte, considerada la teoría del valor del dinero en el tiempo, se concluye que los socios, accionistas e inversionistas prefieren recibir sus rendimientos hoy y no en una fecha futura, verificándose, para los casos estudiados que, el valor de un dólar en el presente no es el mismo que el valor de un dólar en el futuro, porque el dinero gana o pierde valor por el paso del tiempo.

Los resultados de la aplicación de la teoría del portafolio de Markowitz en los dos casos de estudio muestran un alto grado de efectividad en la búsqueda de las probabilidades de inversión y selección de la cartera óptima (Rentabilidad▲;Riesgo▼), siendo una herramienta esencial en la materia económica que sirve de soporte en la toma de decisiones de los inversionistas. En este estudio se destaca, que el modelo de selección de portafolio de Markowitz asigna una mayor ponderación al activo financiero que tiene un menor riesgo y este se apoya en un modelo de optimización matemática que busca una mayor rentabilidad y un menor riesgo. Siendo esta la principal ventaja del método de media-varianza utilizado, pues este proporciona la información necesaria sobre la incertidumbre generada y los posibles beneficios esperados por cada inversión. Mediante el uso de la prueba de normalidad como Kolmogórov-Smirnov, se evidencia que el rendimiento del mercado del indicador bursátil Ecuindex, no tiene una distribución normal y tampoco tienen asimetría en la información del mercado, cuyo supuesto fue la base para formular el modelo de valoración de activos de capital – Camp, el cual se corrobora en esta investigación. Cabe destacar que, en esta investigación se observa que se asigna un mayor peso al activo financiero más volátil puesto que genera puntos extras por cada aumento porcentual, pues resulta natural porque los inversionistas prefieren activos con altos retornos. Así mismo, se destaca que el modelo de Markowitz en la optimización de portafolios tiene una función objetivo de maximizar la riqueza de los

inversionistas cuya restricción indica que el inversor gasta su capital disponible.

Los resultados muestran que, por una parte, la diversificación funciona con el riesgo no sistemático porque los activos financieros no poseen una correlación perfecta (valor 1) y, por otra, el cálculo de la frontera eficiente y modelo de valoración de activos de capital permite seleccionar la mejor opción de rentabilidad-riesgo, contribuyendo a la toma de decisiones óptima por parte de los inversionistas. Además, los rendimientos esperados (R_i) de los activos financieros objeto de estudio y el rendimiento de mercado (R_m) del indicador Ecuindex, muestra una correlación positiva para las empresas de Ecuador y una correlación negativa para la firma brasileña, lo cual resulta lógico porque esta no cotiza en el mercado de valores del país y no es parte de este índice bursátil. Mediante el uso del modelo de valoración de activos de capital – Camp se determina que la empresa con la mayor rentabilidad exigida es Corporación Favorita S.A., debido a factores tales como la posición económica y financiera positiva, alta rotación en sus productos y una tasa de crecimiento alta, por lo tanto, no puede establecer un dividendo muy elevado. Lo señalado confirma que esta herramienta -Camp- resulta clave para seleccionar un portafolio de inversión en función de las preferencias de riesgo y retorno del inversionista. En cuanto a la aplicación del Modelo Autorregresivo Integrado de Promedio Móvil – ARIMA-, el número de datos observados o históricos debe ser igual o mayor a los datos proyectados para tener una mejor estimación del futuro, caso contrario se tiene un mayor margen de error en la predicción. A su vez, el comportamiento de los rendimientos históricos no garantiza el éxito o fracaso de los rendimientos futuros; sin embargo, la información pasada proporciona bases para las futuras expectativas de los inversionistas.

Además, se evidencia que los datos proyectados de la rentabilidad esperada tienen un comportamiento inversamente proporcional al histórico, mientras que el riesgo disminuye en los dos portafolios. Señalado lo anterior, para investigaciones futuras se sugiere realizar este tipo de estudios aplicando otros modelos alternativos de selección de cartera como el de Ross y Black-Litterman y comparar los resultados con los aquí obtenidos. Además, en estudios futuros se pueden también contrastar los resultados del pronóstico de ARIMA actual con los datos reales, por ejemplo, del 2027 con la finalidad de medir el grado de error y así contrastar la validez y confiabilidad de los modelos de series de tiempo usados en la presente investigación.

Referencias

- Alayón, J. (2016). Distribución hiperbólica generalizada: Una aplicación en la selección de portafolios y en cuantificación de medidas de riesgo de mercado. *Revista de Economía del Rosario.*, 18(2), 249-308.
- Álvarez, I. (2016). Finanzas estratégicas y creación de valor. Ecoe ediciones. Obtenido de <https://books.google.es/books?hl=en&lr=&id=36YwDgAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT4&dq=alto+porcentaje+de+sus+utilidades+como+dividendo,+puede+tener+un+atractivo+rendimiento+en+el+corto+plazo,+pero+es+m%C3%A1+1s+riesgosa+a+largo+plazo&ots=SpSM6iCT1L&sig=M uAvB4lbfqpeQBsk>

- Anderson, D., Sweeney, D., & Williams, T. (2016). Métodos cuantitativos para los negocios (13.a ed.). Cengage Learning.
- Atehortúa, J. (2020). Mercado de capitales y portafolios de inversión (Segunda ed.). México D.F., México: Ediciones de la U.
- Ayala, G., & Becerril, B. (2016). Finanzas Bursátiles (Primera ed.). México D.F., México: Instituto mexicano de contadores públicos.
- Baena, G. (2017). Metodología de la investigación (Tercera, Vol. 1-43). Grupo editorial Patria.
- Bejarano, K., García, C., & Lozano, V. (2013). Teoría de Markowitz con metodología EWMA para la toma de decisión sobre cómo invertir su dinero. *Atlantic Review of Economics*, 1(1), 1-21.
- Bernard, L., Ortiz, N., & Duarte, J. (2015). Selección de portafolios de inversión socialmente responsables usando el método de las restricciones y técnica multicriterio proceso analítico jerárquico. *Escuela de Ingeniería de Antioquia*, 12(24), 71-85.
- Bodie, Z., Fabozzi, F., & Kane, A. (2004). Principios de Inversiones (Quinta ed.). Madrid, España: Mc Graw Hill.
- Bolsa de valores de Guayaquil. (2022, enero 11). Bolsa de Valores de Guayaquil. <https://www.bolsadevaloresguayaquil.com/>
- Bolsa de valores de Quito. (2022, enero 11). Bolsa de Valores de Quito. <http://www.bolsadequito.com/>
- Botello, H., & Guerrero, I. (2021). Modelo CAPM para valorar el riesgo de los inversionistas a partir de información contable antes y después de las NIIFs en los bancos de Colombia. *Ciencia y tecnología*, 17(1), 122-135.
- Damodaran, A. (2022). Finanzas Corporativas. Betas Damodaran. <http://www.betasdamodaran.site/>
- Díaz, M. (2017). Portafolios de Inversión: Estrategias para invertir con éxito en tiempos de globalización. México D.F., México: Trillas S.A.
- Empresa Atacadão. (2022). Atacadão. <https://www.atacao.com.br/#>
- Fernández, S. (2022). Series temporales, Modelo ARIMA, Metodología de Box-Jenkins. Instrumentos estadísticos avanzados. <https://www.estadistica.net/ECONOMETRIA/SERIES-TEMPORALES/modelo-arima.pdf>
- Ferreira, A., & De longi, A. (2014). Metodología de la investigación I (Primera). Brujas.
- Flores, C., & Flores, K. (2021). Pruebas para comprobar la normalidad de los datos en procesos productivos: Anderson-Darling, Ryan-Joiner, Shapiro-Wilk y Kolmogórov-Smirnov. *Societas*, 23(2), 83-106.
- García, F., González, J., Oliver, J., & Rueda, G. (2019). Medidas de riesgo en la selección de carteras. *Revista Espacios*, 40(38). Obtenido de <https://www.revistaespacios.com/a19v40n38/19403818.html>
- García, J. (2016). Metodología de la investigación para administradores (Primera). Ediciones de la U.
- Gitman, L., & Joehnk, M. (2009). Fundamentos de inversiones (Décima edición ed.). Pearson Education. Obtenido de <https://www.uv.mx/personal/clelanda/files/2016/03/Gitman-y-Joehnk-2009-Fundamentos-de-inversiones.pdf>
- Gómez, J. (2013). Dirección financiera I (Finanzas) (Primera, Vol. 1). Editorial Club Universitario.
- González, A., & Zavaleta, O. (2018). Diseño de un portafolio óptimo de suministro eléctrico a partir del modelo de Markowitz: El caso de un usuario en México. *Contaduría y administración*, 65(1), 1-20.
- Gordon, A., Sharpe, W., & Bailey, J. (2003). Fundamentos de inversiones: Teoría y práctica (Tercera ed.). México D.F., México: Prentice Hall.
- Grajales, C., & Pérez, F. (2010). Valor en riesgo para un portafolio con opciones financieras. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 9(17), 105-118. Obtenido de <http://www.scielo.org.co/pdf/rium/v9n17/v9n17a09.pdf>
- Gujarati, D., & Porter, D. (2010). Econometría (Quinta). Mc Graw Hill.
- Lasa, A. (2005). Construcción de la "Frontera Eficiente" de portafolios de inversión Aplicación al Caso México. *Denarius*, 10(131), 131-153. Obtenido de <https://denarius.izt.uam.mx/index.php/denarius/article/view/289/234>
- Market Screener. (2022, enero 11). Market Screener. <https://es.marketscreener.com/cotizacion/accion/ATAO-ADAOS-A-36939148/>
- Marroquín, G., & Chalita, L. (2011). Aplicación de la metodología BOX-JENKINS para pronóstico de precios de Jitomate. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 2(4), 573-577. Obtenido de <https://www.scielo.org.mx/pdf/remexca/v2n4/v2n4a8.pdf>
- Matarrita, R. (2002). Selección de carteras de inversión (Teoría del portafolio). Obtenido de <https://www.fondoscostarica.com/wp-content/uploads/2013/04/Selecci%C3%B3n-de-Carteras-de-Inversi%C3%B3n.pdf>
- Medina, L. (2003). Aplicación de la teoría del portafolio en el mercado accionario Colombiano. *Cuadernos de economía*, 22(39). Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-47722003000200007
- Molina Pablo, Morán, E., Molina, D., & Caiza, E. (2023). Ineficiencia del mercado de valores de Ecuador a través del modelo de valoración de activos de capital (CAPM). *Sigma*, 10(2), 82-105. doi:<https://doi.org/10.24133/ris.v10i02.3127>
- Molina, P. (2019). La valoración de empresas como oportunidad de adquisición empresarial en el sector florícola de la provincia de Cotopaxi. Ambato: Universidad Técnica de Ambato.
- Molina, P. (2019). La valoración de empresas como oportunidad de adquisición empresarial en el sector florícola de la provincia de Cotopaxi. [Universidad Técnica de Ambato]. <https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/29326/3/T4441M.pdf>
- Molina, P., Molina, D., & Flores, C. (2022). Modelo de predicción de quiebra Z2 de Altman de análisis multivariable en empresas del sector inmobiliario de la provincia de Pichincha. *Revista Científica Ecociencia*, 9, 53-76.

- Monroy, M., & Nava, N. (2018). Metodología de la investigación (Primera). Lapsilázuli.
- Muñoz, S., Saldaña, C., & Becerra, C. (2014). Administración de portafolios de inversión y la aplicación de recocido simulado con restricciones (Primera ed.). México D.F., México: Ecorfan.
- Novales, A. (2017). Midiendo el riesgo en mercados Financieros. Obtenido de <https://www.ucm.es/data/cont/media/www/pag-41460/VOLATILIDAD.pdf>
- Ortiz, A. (2015). Epistemología y metodología de la investigación configuracional (Primera). Ediciones de la U.
- Ortiz, D., Chirinos, M., & Hurtado, Y. (2010). La frontera eficiente y los límites de inversión para las afp: Una nueva mirada. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, 15(29), 95-117. Obtenido de <http://www.scielo.org.pe/pdf/jefas/v15n29/a07v15n29.pdf>
- Ramírez, N., & García, O. (2016). Estado del arte en teoría de portafolios: Del análisis individual de acciones a la optimización multiobjetivo. *Revista de temas y coyuntura y perspectivas*, 1(4), 101-144.
- Ramón, R., Rosario, J., & Valenciano, J. (2016). Compendio básico de finanzas. Almería , España: Universidad de Almería.
- Ross, S., Westerfield, R., & Jordan, B. (2015). Fundamentos de finanzas corporativas (Novena ed.). México D.F., México: Mc Graw Hill.
- Sánchez, E., Barreras, A., Pérez, C., Figueroa, F., & Olivas, J. (2013). Aplicación de un modelo Arima para pronosticar la producción de leche de bovino en Baja California, México . *Tropical and Subtropical Agroecosystems*, 315-324.
- Sánchez, I., Gonzáles, L., & Esmeral, S. (2020). Metodologías cualitativas en la investigación educativa (23.a ed.). Unimagdalena.
- Sánchez, L., Cabanas, G., Abad, Y., & Torres, V. (2014). Utilización de modelos ARIMA para la predicción de la producción de leche. Estudio de caso en la UBPC "Maniabo", Las Tunas. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 48(3), 213-218.
- Seijas, C. (2002). Modelo estocástico de la serie de tiempo económica «inflación en Venezuela». *Revista INGENIERÍA UC*, 9(1), 1-12.
- Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros. (2022). Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros. Portal de información de Compañías. https://appscvsmovil.supercias.gob.ec/PortalInformacion/sector_societario.html
- Vásquez, L., Dextre, K., Mejía, D., & Calapuga, A. (2017). Elección de portafolio óptimos de activos con y sin riesgo. *Revistas de investigación*, 2(20), 21-36.
- Wong, D., & Chirinos, M. (2016). ¿Los modelos basados en el CAPM valoran adecuadamente los emprendimientos familiares? *Innovar Journal*, 26(61), 65-82. doi:10.15446/innovar.
- Yahoo! Finanzas. (2022). [Finanzas]. <https://es-us.finanzas.yahoo.com/>